L.7.11 Sahline

A.S :2006/2007

Devoir de contrôle N°3'

Classes 4ème sc&T

Durée : 2.h

Exercice

Les deux parties sont indépendantes.

I/

1/ Soit X un aléa numérique dont sa loi est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

a) Calculer E(X)
b) Calculer $\sigma(X)$
c) Déterminer $p(X \leq 3)$
d) Soit F la fonction de répartition de l'aléa X.
Représenter F dans le plan muni d'un repère orthogonal $R\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2/ Soit Y l'aléa numérique qui suit une loi binomiale de paramètres $n=3$ et $p=\frac{3}{10}$.

a) Calculer E(Y) et $\sigma(Y)$
b) Calculer $p(Y=2)$
c) Calculer $p\ (\ 1< Y < 3\ )$

II/

Un sac contient 5 boules indiscernable au toucher numérotés 1 , 1 ,1 , 0 , 2
On tire simultanément 2 boules du sac

1/ Calculer la probabilité des évènements suivants.
A : « Obtenir 2 boules qui portent des numéros impairs »
B : « Obtenir la boule qui porte le numéro 0 »
C : « Obtenir 2 boules dont le produit de leurs numéros vaut 2 »

2/ Soit X l'aléa numérique qui a chaque tirage associe le produit des numéros obtenus.
Déterminer la loi de probabilité de X.

3/ On répète l'épreuve précédente 3 fois de suite en remettant chaque fois les deux boules tirées dans le sac.
Soit Y l'aléa numérique qui a chaque série de trois tirages associe le nombre de fois où l'on obtient deux boules portant le numéro 1.
Déterminer la loi de probabilité de Y.

Problème

I/

Soit $f : IR \rightarrow IR$

$$x \mapsto \begin{cases} xe^{x} & \text{si } x \leq 0 \\ x\text{Log}x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par Γ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $R\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$; $\left\|\vec{i}\right\| = 2\text{cm}$

1/ Montrer que f est continue en 0

2/ Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter géométriquement les résultats obtenus.

3/ Etudier les branches infinies de Γ au $V(+\infty)$ et $V(-\infty)$

4/ Dresser le tableau de variation de f

5/a) Calculer f(1) et f(e)

b) Tracer Γ

II/

Soit $g : IR \rightarrow IR$

$$x \mapsto \begin{cases} x\text{Log}|x| & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1/ Montrer que g est impaire.

2/ Donner le tableau de variation de g

3/ Tracer ζ_g dans le même repère. (ζ_g étant la courbe représentative de g).

4/ Montrer que la valeur moyenne $\overline{g}$ de g est nulle sur $\left[-e,e\right]$.

III/

Soit $\lambda \in \left]-\infty,0\right]$

1/ Montrer que $\int_{\lambda}^{0} xe^{x}\,dx = e^{\lambda}(-\lambda+1)-1$

2/a) En déduire l'aire en cm² de la partie du plan $A(\lambda)$ limitée par Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = λ

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} A(\lambda)$